第２８回おもしろ算数・数学講座解答集

足利先生の問題の解答

[1] 阪神勝ちを◯、オリックス勝ちを●として、以下のような 35 種類のパターンがあります。

4 勝 0 敗：◯◯◯◯の 1 種類

4 勝 1 敗: ●◯◯◯◯，◯●◯◯◯，◯◯●◯◯，◯◯◯●◯の 4 種類

4 勝 2 敗: ●●◯◯◯◯，●◯●◯◯◯，●◯◯●◯◯，●◯◯◯●◯，

◯●●◯◯◯，◯●◯●◯◯，◯●◯◯●◯，◯◯●●◯◯，

◯◯●◯●◯，◯◯◯●●◯　の 10 種類

または 6 試合目は必ず◯なので，はじめの 5 試合中 2 試合が●と考え

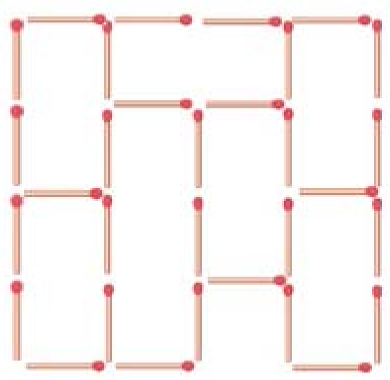
5 個から 2 個を選ぶ組み合わせの数＝（5 ✕ 4）➗（2 ✕ 1）=10.

4 勝 3 敗：上と同様に順に数えて 20 種類あります。または 7 試合目は必ず◯なので，はじめの 6 試合中 3 試合が●と考え，6 個から 3 個を選ぶ組み合わせの数＝（6 ✕ 5 ✕ 4）➗（3 ✕ 2 ✕ 1）=20.

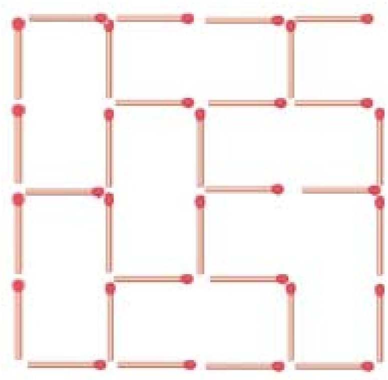
よって 1+4+10+20=35.

[2] 私の考察では, 9 本のマッチ棒を取り去って解答図のような形を作ることが限界でした。もしも皆さんの中に 8 本以内で出来た方がおられたら凄いです！

足利先生解答例



こども未来課担当者解答例



[3] もし 1 周 300.25 日ならば, 4 周で丁度 1 日の誤差となり, 「うるう年」の調整のみで良く, さらに「大うるう年」を作る必要はない。しかし実際には 1 周ごと 300.25-300.248=0.002 日の誤差が生じるため, 500 周すれば 1 日分が多すぎる誤差となる。従って

「500 年目の 1 年をさらに 1 日少なくする」

という規定を作れば良い。より具体的には 500÷4=125 より

「125 回目のうるう年は設けないで, その年は 300 日のままとする」

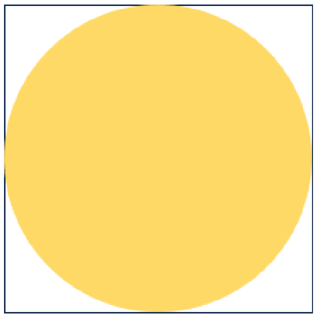
という規定にすれば良い。

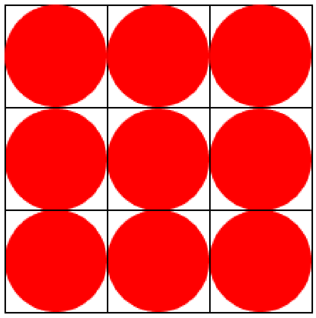
大渕先生の問題の解答

問 1(1)

右の様に組み合わせればできます。

問 1(2)





円の面積は

半径×半径×円周率

で求まります

赤は半径が $\frac{1}{3}$ になっていますので、

円の大きさとしては $\frac{1}{9}$ になります。

しかし赤の円は9つあるので結局　同じ面積　となります。

だからどちらのケーキを食べても同じ量です。心配する事はないですね。

問 2(1)
A 君と B 君でじゃんけんを10回しました。
A 君は

グー3 回　チョキ 6 回　パー1 回

B 君は

グー2 回　チョキ 4 回　パー4 回

を出しました。10回で一度も引き分け(あいこ)はありませんでした。さてどちらが何勝何敗で勝利したでしょう？

解答：
引き分けがないので A 君の

チョキ 6 回

に対して B 君は

グー2 回　パー4 回

を出しています。だからこれで A 君は

4勝2敗

になります。すると残りは A 君の

グー3 回　パー1 回

に対して B 君は

チョキ 4 回

なので A 君は

3勝1敗

だから合計で

A 君の7勝3敗

となり A 君の勝ちです

問 2(2)
ケーキが盗み食いされてしまいました。盗み食いしたのは 4 人の友達 A,B,C,D の誰か 1 人だけです。彼らは以下の様に言っています

A:　C が食べました
B:　私は食べていません
C:　D が食べました
D:　C は嘘をついています

4人のうち1人は本当のことを言っていますが、残り3人は嘘をついています。ケーキを盗み食いしたのは誰でしょう?

解答：
D が嘘をついているとします。
すると C は正しい事を言っている事になるので嘘をついている三人は A,B,D です。

この結果から解るのは

ケーキを食べたのは B と D

と言う事になりますが一人だけがケーキを食べたのですから変です。

ですので D は正しい事を言っていることになり、嘘をついている三人は A,B,C です。

この結果から解るのは「ケーキを食べたのは B だけ」となって一人だけがケーキを食べた事になりますので

ケーキを食べたのは B

となります。

問 3(1)

以下の計算式の数字が入っていない□を埋めなさい。但し異なるアルファベットであっても同じ数字が入って構いません。答えは一種類しかありませんので、その事を上手に説明しましょう

$$4\,\boxed{a} \times 4\,\boxed{a} = \boxed{b}\boxed{c}\boxed{d}\boxed{e}$$

$$\boxed{b}\boxed{c} + \boxed{d}\boxed{e} = 4\,\boxed{a}$$

解答

しらみつぶしに調べれば良いので順次計算してみましょう

$$\begin{array}{ll}
40 \times 40 = 1600 & 16 + 00 = 16 \neq 40 \\
41 \times 41 = 1681 & 16 + 81 = 97 \neq 41 \\
42 \times 42 = 1764 & 17 + 64 = 81 \neq 42 \\
43 \times 43 = 1849 & 18 + 49 = 67 \neq 43 \\
44 \times 44 = 1936 & 19 + 36 = 55 \neq 44 \\
45 \times 45 = 2025 & 20 + 25 = 45 = 45 \\
46 \times 46 = 2116 & 21 + 16 = 37 \neq 46 \\
47 \times 47 = 2209 & 22 + 09 = 31 \neq 47 \\
48 \times 48 = 2304 & 23 + 04 = 27 \neq 48 \\
49 \times 49 = 2401 & 24 + 01 = 25 \neq 49
\end{array}$$

!

ということで

$$a=5 \quad b=2 \quad c=0 \quad d=2 \quad e=5$$

になります。

この様な二乗して出てきた数を二つに分けて足すと元の数に戻る様な数の事を

カプレカー数

と言うので調べてみましょう。

問 3(2)解答

以下の計算式の数字が入っていない□を埋めなさい。但し異なるアルファベットには異なる数字が入ります。答えは一種類しかありませんのでその事を上手に説明しましょう

$$\boxed{a}\boxed{a} \times \boxed{a}\boxed{a} = \boxed{a}\boxed{b}\boxed{a}$$

解答

二桁の数字の 10 の位を考えると

$$a=1$$

以外ではこの式を満たすことはありません。

ですので左辺は

$$11\times11$$

しかあり得ませんが計算すると

$$11\times11=121$$

ですので問題に会っています。ですから

$$a=1\ b=2$$

が答えです

問 3(3)解答

以下の計算式の数字が入っていない□を埋めなさい。但し異なるアルファベットには異なる数字が入ります。答えは一種類しかありませんのでその事を上手に説明しましょう

$$\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}\boxed{d}\boxed{e}\boxed{f}\boxed{g}\boxed{h} \times \boxed{a} = \boxed{b}\boxed{b}\boxed{b}\boxed{b}\boxed{b}\boxed{b}\boxed{b}\boxed{b}\boxed{b}$$

$$\boxed{i}\boxed{i}\boxed{i}\boxed{i}\boxed{i}\boxed{i}\boxed{i}\boxed{i}\boxed{i} \div \boxed{g}\boxed{g}\boxed{g} = \boxed{g}\boxed{g}\boxed{g}\boxed{d}\boxed{d}\boxed{c}$$

$$\boxed{g}\boxed{g}\boxed{g} + \boxed{d}\boxed{d}\boxed{c} = \boxed{i}\boxed{j}\boxed{j}\boxed{j}$$

解答

同じ数が 9 個並ぶ数ですが 111111111 を割り切る一桁の数は 9 しかありません.。これで計算すると

$$111111111 \div 9 = 12345679$$

になりますので「abcdefgh」で表される数は 12345679 に掛けて 8 桁になる数となります。計算 8 桁で 8 桁の全ての数が異なるのは

$$12345679 \times 2 = 24691358$$

$$12345679 \times 3 = 37037037$$ 同じ数字が出て来るのでダメ

$$12345679 \times 4 = 49282716$$

$$12345679 \times 5 = 61728395$$

$$12345679 \times 6 = 74074074$$ 同じ数字が出て来るのでダメ

$$12345679 \times 7 = 86419753$$

$$12345679 \times 8 = 98765432$$

が候補者になりますが、このうち 8 桁目を掛けて 7 桁目の数が 9 個揃うのは

$$98765432 \times 9 = 888888888$$

だけです。残りは 0 と 1 なので i は 1 です。これについて

$$111111111 \div 333 = 333667$$

$$333 + 667 = 1000$$

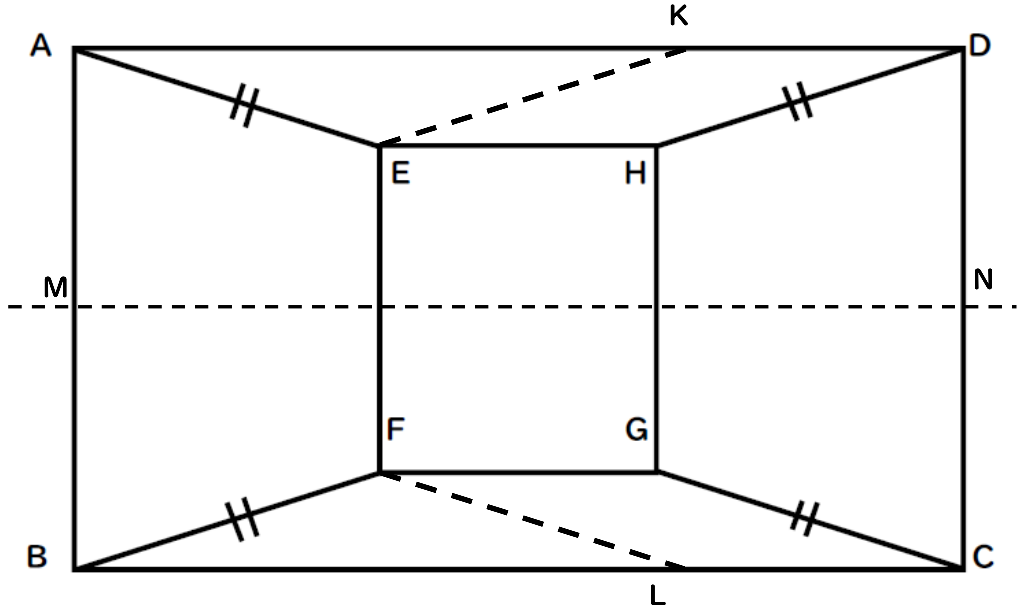
なので j=0 とわかります。

ですので

$$a=9,\ b=8,\ c=7,\ d=6,\ e=5,\ f=4,\ g=3,\ h=2,\ i=1,\ j=0$$

になります。

遊佐先生の問題の解答



【解答】(添付の図も)

(1)点 E を通り、直線 DH に平行な直線を取り、直線 AD との交点を K とする。

同様に点 F を通り、直線 CG に平行な直線を取り、直線 BC との交点を L とする。

四角形 KEHD と FLCG は平行四辺形となる。

これと四角形 EFGH が長方形である ことと合わせ　KD=LC。

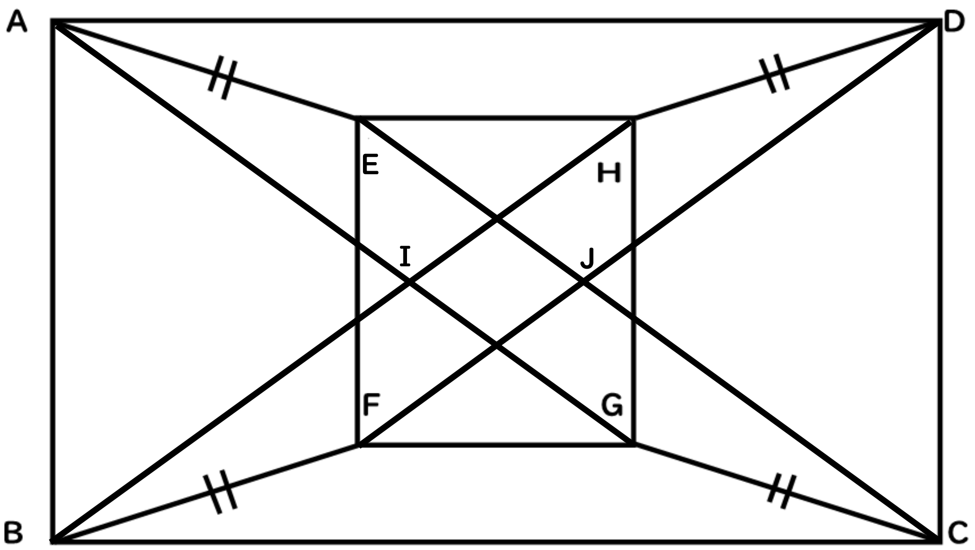
四角形 ABCD も長方形なので、AK=BL が分かる。

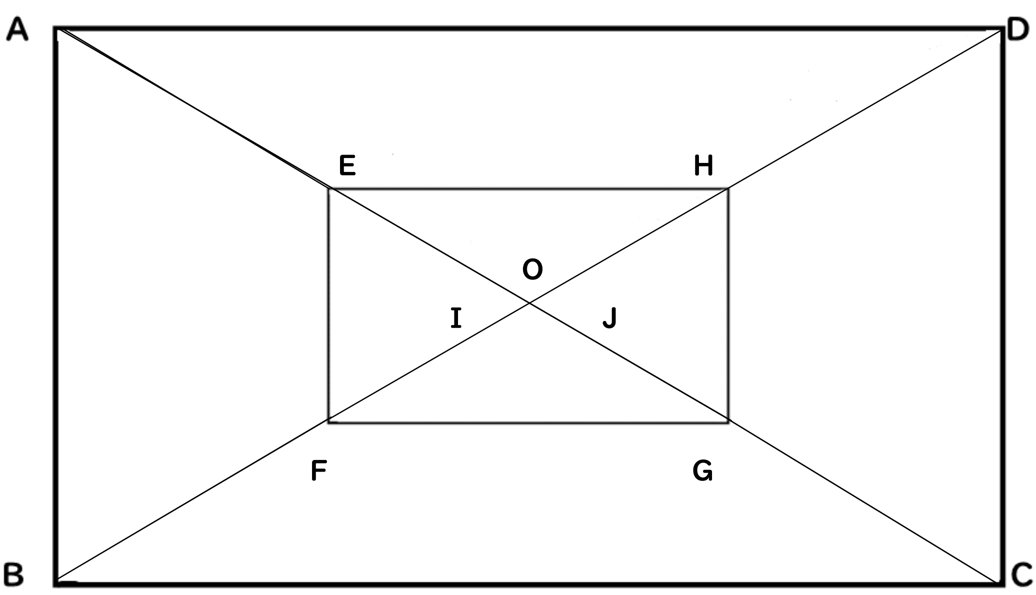
再び四角形 KEHD と FLCG が平行四辺形である事を使い、三角形 FBL と EAK は二等辺三角形である事が分かり、三つの辺の長さが各々等しいので合同。

従って 角 EAK と角 FBL が等しい。

四角形 AEHD と BFGC は対応する四つの辺の長さが各々 等しく、対応する一つの角の大きさも等しいので合同(四角形の合同条件を知らない 人は対角線 ED と FC で各々の四角形を二つの三角形に分けて三角形の合同条件だけで 議論してもOK)。

(2)四角形 AEHD と BFGC が合同なので台形としての高さも等しい。
従って辺 AB と DC の 各々の中点 M と N を結ぶ直線について図形全体は線対称。
特に二点 I と J は一致しない状態 でも必ず直線 MN 上に乗る。
同様に考えて、辺 AD と BC の各々の中点 P と Q を結ぶ直線に たいしても図形は対称。
従って、二点 I と J は一致しなくても直線 PQ について線対称。
特に一致すれば直線 PQ に乗る。直線 MN と PQ の交点を O とすると、二点 I と J が一致すれば点 O と一致することも分かる。
一方で、図形全体が直線 MN と PQ について対称だから、 長方形 ABCD の対角線の交点も、長方形 EFGH の対角線の交点も点 O となる。
従って 直線 AG 上に点 O が乗り、結果的に点 E も乗る。同様に直線 BH と CE と DF のそれぞれに 点 F と G と H が各々乗る。
こうして長方形 ABCD と EFGH が相似（＝同じ形）となり AB:BC=EF:FG。
逆に AB:BC=EF:FG が成り立てば長方形 ABCD と EFGH は相似。
特に三角形 OEF と OAB も 相似で角 EOF と角 AOB が一致し、長方形 ABCD と EFGH の対角線が重なり、求める状況と なる。
答　AB:BC=EF:FG





朝倉先生の問題の解答

答え　③

解説；それぞれの所要時間の期待値は以下のようになる

①　10 分+20 分=30 分

②　10 分+(15×3/4+40×1/4)分=31 分 15 秒

③　(5×2/3+15×1/3)分+20 分=29 分 20 秒

④　(5×2/3+15×1/3)分+(15×3/4+40×1/4)分=29 分 35 秒

よって、③が最も短時間で到着できると期待できる・・・とはいえ、①との差はたったの 40 秒。

もし渋滞に巻き込まれればイライラもする。そのリスクを取りたくない人にとっては①が正解といえるかもしれない。